

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el plano  $\pi \equiv x + 2y - z = 2$ , la recta:

$$r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{4}$$

y el punto  $P(-2, 3, 2)$ , perteneciente al plano  $\pi$ , se pide:

- (0,5 puntos). Determinar la posición relativa de  $\pi$  y  $r$ .
- (1 punto). Calcular la ecuación de la recta  $t$  contenida en  $\pi$ , que pasa por el punto  $P$  y que corta perpendicularmente a  $r$ .
- (1,5 puntos). Sea  $Q$  el punto de intersección de  $r$  y  $t$ . Si  $s$  es la recta perpendicular al plano  $\pi$  y que contiene a  $P$ , y  $R$  es un punto cualquiera de  $s$ , probar que la recta determinada por  $R$  y  $Q$  es perpendicular a  $r$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Sea:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2}{4} & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ \frac{7}{12} (1 - (x-2)^2) & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

- (1 punto). Estudiar la continuidad y derivabilidad de  $f(x)$ .
- (1 punto). Hallar los máximos y mínimos locales de  $f(x)$ .
- (1 punto). Dibujar la gráfica de  $f(x)$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 2k \\ 3x - 5y = k \end{cases}$$

- (1 punto). Discutirlo según los distintos valores del parámetro  $k$ .
- (1 punto). Resolverlo en los casos en que sea posible.

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2(x^2 - 1) & x + 1 & (x + 1)^2 \\ x - 1 & x + 1 & x + 1 \\ (x - 1)^2 & x - 1 & x^2 - 1 \end{vmatrix} = 0$$

**Principales contenidos que se tendrán en cuenta en la elaboración  
de las Pruebas de Acceso a la Universidad  
para los estudiantes provenientes del Bachillerato LOGSE.**

**Matemáticas II. Curso 2008-2009.**

De acuerdo con Decreto 47/2002, de 21 de marzo, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid, publicado en el BOCM con fecha 2 de abril de 2002, para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad se tendrán en cuenta los siguientes contenidos:

**ANÁLISIS.**

- Sucesiones de números reales. Sucesiones monótonas. Sucesiones acotadas. Límite de una sucesión. El número  $e$  como límite de una sucesión.
- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes.
- Funciones continuas. Operaciones algebraicas con funciones continuas. Composición de funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados y acotados.
- Derivada de una función en un punto. Interpretaciones (analítica, geométrica, física). Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Reglas de derivación (incluyendo la regla de la cadena, la derivación logarítmica, y las fórmulas de las derivadas de las funciones arcoseno y arcotangente). Derivadas iteradas.
- Aplicaciones de la derivada. Monotonía y convexidad. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica.
- Planteamiento y resolución de problemas de máximos y mínimos.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva de una función. Cálculo de primitivas inmediatas. Fórmula de integración por partes. Fórmula del cambio de variables (ejemplos simples). Integración de funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- Integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

## ÁLGEBRA LINEAL

- Las matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencias de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(Se pretende que el estudiante sea capaz de realizar con corrección manipulaciones algebraicas con matrices, aunque no se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Determinantes. Definición y propiedades. Cálculo de determinantes de orden dos y tres, utilizando la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Aplicación al desarrollo de determinantes de orden superior. *(No se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Matrices inversas. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz dependiente de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación en forma matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de parámetros. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento y resolución de problemas cuya solución puede obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

## GEOMETRÍA

- Vectores. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre

puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas. Ángulos entre rectas y planos.

- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Concepto de lugar geométrico en el plano. Ejemplos sencillos. La circunferencia. Ecuación de la recta tangente a una circunferencia. Ejemplo de lugar geométrico en el espacio: la ecuación cartesiana de la esfera. Plano tangente a la esfera.

**OBSERVACIÓN:** Uno de los objetivos recogidos en el currículo oficial de estas materias, es habituar al alumno a utilizar los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, páginas de Internet, etc), que pueden permitirle una mejor y más profunda comprensión de los distintos contenidos.

No obstante, de cara a la realización de las pruebas, consideramos que es esencial garantizar el principio de igualdad de oportunidades para todos los alumnos, evitando las posibles desigualdades en función de su capacidad de acceder a medios técnicos más o menos sofisticados.

Por esta razón, en el examen de la asignatura de Matemáticas sólo se podrán utilizar las calculadoras científicas habituales, excluyendo aquellas con capacidad de cálculo simbólico (cálculo de primitivas) o representación gráfica (dibujo de gráficas de funciones), que, actualmente, no pueden considerarse como de uso mayoritario entre los alumnos debido a su mayor coste.

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dados el punto  $P(1, -1, 2)$  y el plano  $\pi \equiv 2x - y + z - 11 = 0$ , se pide:

- (1,5 puntos). Determinar el punto  $Q$  de intersección del plano  $\pi$  con la recta perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $P$ . Hallar el punto  $R$  simétrico del punto  $P$  respecto del plano  $\pi$ .
- (1,5 puntos). Obtener la ecuación del plano paralelo al plano  $\pi$  que contiene al punto  $H$  que se encuentra a  $5\sqrt{6}$  unidades del punto  $P$  en el sentido del vector  $\overrightarrow{PQ}$ .

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Si  $A = (C_1, C_2, C_3)$  es una matriz cuadrada de orden 3 con columnas  $C_1, C_2, C_3$ , y se sabe que  $\det(A) = 4$ , se pide:

- (1 punto). Calcular  $\det(A^3)$  y  $\det(3A)$ .
- (2 puntos). Calcular  $\det(B)$  y  $\det(B^{-1})$ , siendo  $B = (2C_3, C_1 - C_2, 5C_1)$  la matriz cuyas columnas son:

$$2C_3, C_1 - C_2, 5C_1.$$

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Sea:

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$$

- (1 punto). Estudiar la continuidad y derivabilidad de  $f$  en  $x = 0$ .
- (1 punto). Estudiar cuándo se verifica que  $f'(x) = 0$ . Puesto que  $f(1) = f(-1)$ , ¿existe contradicción con el Teorema de Rolle en el intervalo  $[-1, 1]$ ?

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Sea:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases},$$

donde  $\ln(x)$  significa logaritmo neperiano de  $x$ . Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de  $f(x)$ , y por la recta  $y = 1$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

---

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** a) Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Obtención del punto  $Q$ , 0,5 puntos. Planteamiento de que la recta  $QR$  es perpendicular a  $r$ , 0,5 puntos. Prueba de que la recta  $QR$  es perpendicular a  $r$ , 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Continuidad, 0,5 puntos; Derivabilidad, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 3.** a) Discusión, 1 punto.

b) Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 4.** a) Resolución, 2 puntos. Si el alumno aplica correctamente las propiedades de los determinantes, los errores de cálculo penalizan 1 punto como máximo.

#### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** a) Obtención del punto  $Q$ , 0,75 puntos; Obtención del punto  $R$ , 0,75 puntos

b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Cálculo de  $|A^3|$ , 0,5 puntos. Cálculo de  $|3A|$ , 0,5 puntos.

b) Cálculo de  $|B|$ ; Planteamiento, 1 punto; Resolución, 0,5 puntos.

Cálculo de  $|B^{-1}|$ , 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** a) Determinación de que  $f$  es continua en  $x = 0$ ; 0,25 puntos.

Determinación de que  $f$  no es derivable en  $x = 0$ : Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,25 puntos.

b) Determinación de los puntos en que la derivada se anula, 0,5 puntos.

Explicar porqué no se contradice el Teorema de Rolle, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** Dibujo de la región y cálculo de los límites de integración, 1 punto. Cálculo del área, 1 punto.